Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Ecole polytechnique fédérale de Zurich
Politecnico federale di Zurigo
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

Chair of Computational Science Prof. Dr. Peter Arbenz

# Adaptive Gitterverfeinerung (AMR) bei der Berechnung von Eigenfrequenzen in grossen Teilchenbeschleunigern

## Master-Arbeit

### Einleitung

In Teilchenbeschleunigern werden gebündelte Elektronen, Protonen oder Ionen zu hohen Energien beschleunigt. Elektromagnetische Felder und Teilchen wirken in komplizierter Weise aufeinander. Das elektromagnetische Feld beschleunigt die Teilchen, die in Teilchenbündeln pulsartig in die Beschleuniger-Kavität geschossen werden. Es ist wichtig, dass diese Pulse genau mit der Frequenz des oszillierende elektromagnetische Felds übereinstimmen.

Bei der Simulation des antreibenden $E$-Felds müssen die zeitharmonischen Maxwellgleichungen

$$\begin{aligned} \mathbf{curl}\,\boldsymbol{\mu}^{-1}(\mathbf{x})\mathbf{curl}\,\mathbf{e}(\mathbf{x}) &= \lambda\,\varepsilon(\mathbf{x})\mathbf{e}(\mathbf{x}), && \forall \mathbf{x} \in \Omega, \\ \operatorname{div} \varepsilon(\mathbf{x})\mathbf{e}(\mathbf{x}) &= 0, && \forall \mathbf{x} \in \Omega, \\ \mathbf{e}(\mathbf{x}) \times \mathbf{n}(\mathbf{x}) &= \mathbf{0}, && \forall \mathbf{x} \in \Gamma = \partial\Omega, \end{aligned} \tag{1}$$

gelöst werden. In unserem Löser femaxx werden die Maxwellgleichungen mit finiten Elementen (sog. Nédélec-Elementen) approximiert [1, 2]. Das Matrixeigenwertproblem, das direkt aus der Diskretisierung (1) abgeleitet wird, hat die Form

$$A\mathbf{x} = \lambda M\mathbf{x}, \qquad C^T\mathbf{x} = \mathbf{0}. \tag{2}$$

Die Matrix $A$ ist reell-symmetrisch; $M$ ist reell-symmetrisch und positiv-definit. In femaxx ist ein effizienter paralleler Jacobi–Davidson-Algorithmus implementiert, um (2) zu lösen [1–3].

In dieser Arbeit soll die Möglichkeit in femaxx eingebaut werden, das finite Elementgitter bestehend aus Tetraedern adaptiv zu verfeinern. Das geschieht im wesentlichen folgendermassen:

1. Bestimmen der zu verfeinernden Elemente.
2. Transfer dieser Information an den Meshgenerator AluGrid [5] im Distributed and Unified Numerics Environment (DUNE) [4]. (AluGrid wird schon für den Aufbau des Ausgangsgitters verwendet.)
3. AluGrid verfeinert das Gitter an den gewünschten Stellen.
4. Neuaufbau der Matrizen anhand der neuen Gittergeometrie.
5. Lösen des Eigenwertproblems mit femaxx.

Diese Prozedur kann mehmals durchlaufen werden.

## Aufgabestellung

- Einarbeiten in femaxx und AluGrid.
- Übersicht über geläufige Fehlerindikatoren.
- Entwurf des genauen Ablaufs bei der Gitterverfeinerung.
- Implementation des vielversprechendsten Verfahrens
- Validierung und Benchmarking
- Anwendung in einem noch zu bestimmenden *real world* Beispiel.

## Anforderungen

- Fundierte Programmierkenntnisse in C++ und OOP Verständnis
- Numerik
- Es ist von Vorteil, wenn die Vorlesung "Paralleles Rechnen" o.ä. besucht wurde.
- Freude an interdiszipinären Arbeiten.

## Dokumentation

Die ausgeführten Arbeiten sollen in einer möglichst prägnanten schriftlichen Arbeit dokumentiert werden. Der Bericht ist so abzufassen, dass er für einen Mitstudenten verständlich ist.

## Vortrag

Gegen Ende der Arbeit ist über die gewonnenen Erkenntnisse im Rahmen eines Seminars am Chair of Computational Science vorzutragen. Der Zeitpunkt wird später festgelegt.

## Kontakt


- ETH: Prof. Dr. Peter Arbenz, arbenz@inf.ethz.ch, Tel: 044 632 7432
- PSI: Dr. Benedikt Oswald, benedikt.oswald@psi.ch, Tel: 056 310 32 12


## Literatur


[1] P. Arbenz, M. Bečka, R. Geus, U. Hetmaniuk, and T. Mengotti. On a parallel multilevel preconditioned Maxwell eigensolver. *Parallel Comput.*, 32(2):157–165, 2006.

[2] P. Arbenz and R. Geus. Multilevel preconditioned iterative eigensolvers for Maxwell eigenvalue problems. *Appl. Numer. Math.*, 54(2):107–121, 2005.

[3] Z. Bai, J. Demmel, J. Dongarra, A. Ruhe, and H. van der Vorst. *Templates for the Solution of Algebraic Eigenvalue Problems: A Practical Guide*. SIAM, Philadelphia, PA, 2000.

[4] DUNE, the Distributed and Unified Numerics Environment. Home page at `http://www.dune-project.org/`.

[5] ALUGrid home page at `http://aam.mathematik.uni-freiburg.de/IAM/Research/alugrid/`


20. Dezember 2010 B. Oswald/P. Arbenz