Simulación de Sistemas Continuos y a Tramos

Prof. Dr. François E. Cellier
Institut für Computational Science
ETH Zürich

28 de junio 2007

Introducción

Todos los métodos que vimos hasta aquí tienen algo en común:

> *Dado el instante de tiempo* t_{k+1}*, los métodos realizan una extrapolación polinómica para calcular todas las variables de estado en dicho instante.*

Introducción

Todos los métodos que vimos hasta aquí tienen algo en común:

> *Dado el instante de tiempo t_{k+1}, los métodos realizan una extrapolación polinómica para calcular todas las variables de estado en dicho instante.*

Ahora, estudiaremos que pasa si planteamos el problema al revés. Buscaremos encontrar cuando una variable de estado alcanza un determinado valor, o más precisamente,

> *Dada una variable de estado con valor $x(t_k)$, queremos determinar el mínimo h tal que $x(t_k + h) = x(t_k) \pm \Delta Q$.*

Introducción

Todos los métodos que vimos hasta aquí tienen algo en común:

> *Dado el instante de tiempo t_{k+1}, los métodos realizan una extrapolación polinómica para calcular todas las variables de estado en dicho instante.*

Ahora, estudiaremos que pasa si planteamos el problema al revés. Buscaremos encontrar cuando una variable de estado alcanza un determinado valor, o más precisamente,

> *Dada una variable de estado con valor $x(t_k)$, queremos determinar el mínimo h tal que $x(t_k + h) = x(t_k) \pm \Delta Q$.*

Si podemos construir un algoritmo en base a esta idea, resultará que:

- el método tendrá paso variable, y el tamaño del paso dependerá de la velocidad con que varíe el estado.

Introducción

Todos los métodos que vimos hasta aquí tienen algo en común:

> *Dado el instante de tiempo t_{k+1}, los métodos realizan una extrapolación polinómica para calcular todas las variables de estado en dicho instante.*

Ahora, estudiaremos que pasa si planteamos el problema al revés. Buscaremos encontrar cuando una variable de estado alcanza un determinado valor, o más precisamente,

> *Dada una variable de estado con valor $x(t_k)$, queremos determinar el mínimo h tal que $x(t_k + h) = x(t_k) \pm \Delta Q$.*

Si podemos construir un algoritmo en base a esta idea, resultará que:

- el método tendrá paso variable, y el tamaño del paso dependerá de la velocidad con que varíe el estado.
- el valor de h podría ser distinto para cada componente del estado $\mathbf{x}$.

Introducción

Todos los métodos que vimos hasta aquí tienen algo en común:

> *Dado el instante de tiempo t_{k+1}, los métodos realizan una extrapolación polinómica para calcular todas las variables de estado en dicho instante.*

Ahora, estudiaremos que pasa si planteamos el problema al revés. Buscaremos encontrar cuando una variable de estado alcanza un determinado valor, o más precisamente,

> *Dada una variable de estado con valor $x(t_k)$, queremos determinar el mínimo h tal que $x(t_k + h) = x(t_k) \pm \Delta Q$.*

Si podemos construir un algoritmo en base a esta idea, resultará que:

- el método tendrá paso variable, y el tamaño del paso dependerá de la velocidad con que varíe el estado.
- el valor de h podría ser distinto para cada componente del estado $\mathbf{x}$.
- no podremos representar más el sistema discretizado con ecuaciones en diferencias y perderemos la linealidad al aproximar sistemas lineales:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} \not\Rightarrow \mathbf{x}_{\mathbf{k+1}} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{x}_{\mathbf{k}}$$

Discretización Espacial. Un Ejemplo Simple

Consideremos el siguiente sistema de primer orden:

$$\dot{x}_a(t) = -x_a(t) + 10 \cdot \varepsilon(t - 1.76) \tag{1}$$

con condición inicial $x_a(t_0 = 0) = 10$; y analicemos el siguiente sistema de tiempo continuo:

$$\dot{x}(t) = -\text{floor}[x(t)] + 10 \cdot \varepsilon(t - 1.76) \tag{2a}$$

o,

$$\dot{x}(t) = -q(t) + 10 \cdot \varepsilon(t - 1.76) \tag{2b}$$

donde $q(t) \triangleq \text{floor}[x(t)]$ es la parte entera de la variable positiva $x(t)$.

Discretización Espacial. Un Ejemplo Simple

Consideremos el siguiente sistema de primer orden:

$$\dot{x}_a(t) = -x_a(t) + 10 \cdot \varepsilon(t - 1.76) \tag{1}$$

con condición inicial $x_a(t_0 = 0) = 10$; y analicemos el siguiente sistema de tiempo continuo:

$$\dot{x}(t) = -\mathrm{floor}[x(t)] + 10 \cdot \varepsilon(t - 1.76) \tag{2a}$$

o,

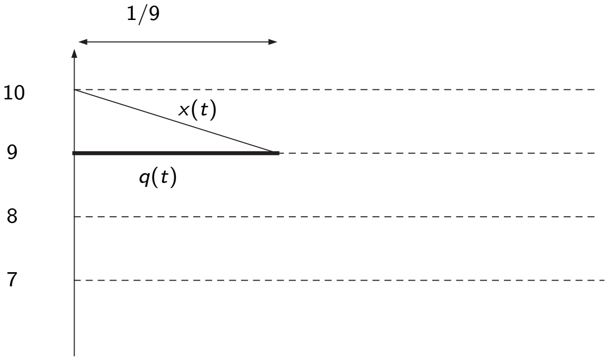
$$\dot{x}(t) = -q(t) + 10 \cdot \varepsilon(t - 1.76) \tag{2b}$$

donde $q(t) \triangleq \mathrm{floor}[x(t)]$ es la parte entera de la variable positiva $x(t)$.

Este último sistema puede resolverse muy fácilmente.

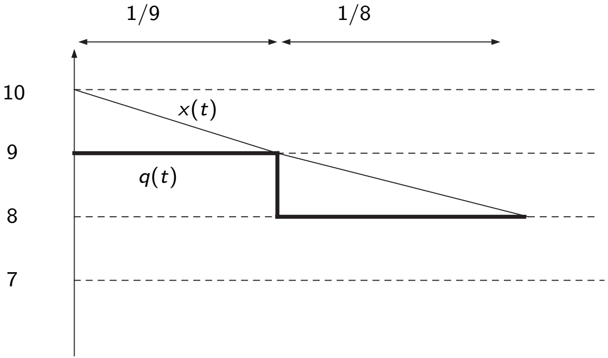
Discretización Espacial. Un Ejemplo Simple. II

$$\dot{x}(t) = -q(t) + 10 \cdot \varepsilon(t - 1.76); \quad q(t) = \text{floor}[x(t)]; \quad x(0) = 10$$



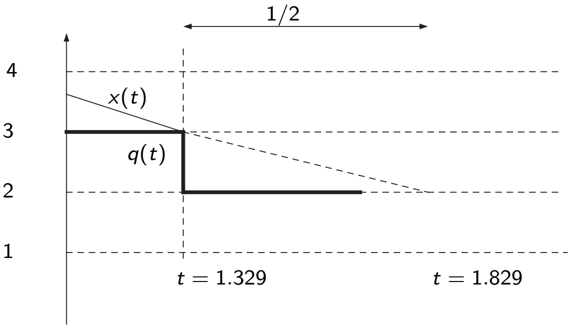
Discretización Espacial. Un Ejemplo Simple. II

$$\dot{x}(t) = -q(t) + 10 \cdot \varepsilon(t - 1.76); \quad q(t) = \text{floor}[x(t)]; \quad x(0) = 10$$



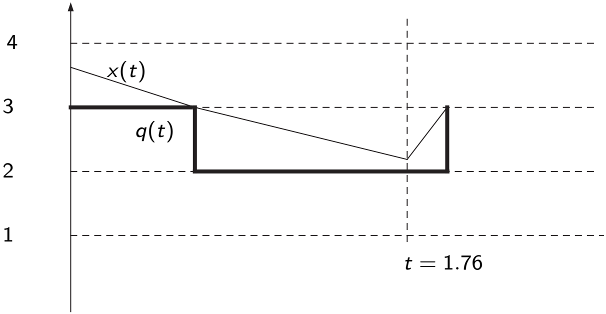
Discretización Espacial. Un Ejemplo Simple. II

$$\dot{x}(t) = -q(t) + 10 \cdot \varepsilon(t - 1.76); \quad q(t) = \text{floor}[x(t)]; \quad x(0) = 10$$



Discretización Espacial. Un Ejemplo Simple. II

$$\dot{x}(t) = -q(t) + 10 \cdot \varepsilon(t - 1.76); \quad q(t) = \mathrm{floor}[x(t)]; \quad x(0) = 10$$



Discretización Espacial. Un Ejemplo Simple. III

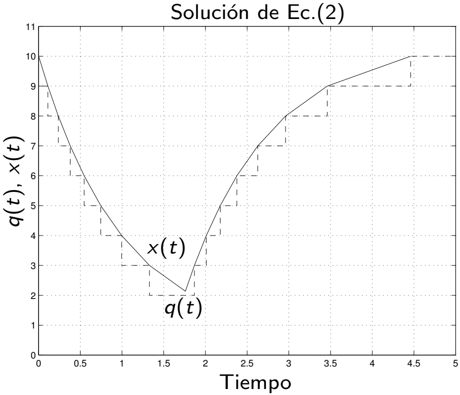


Figure: Trayectorias del Sistema (2).

Discretización Espacial. Un Ejemplo Simple. III

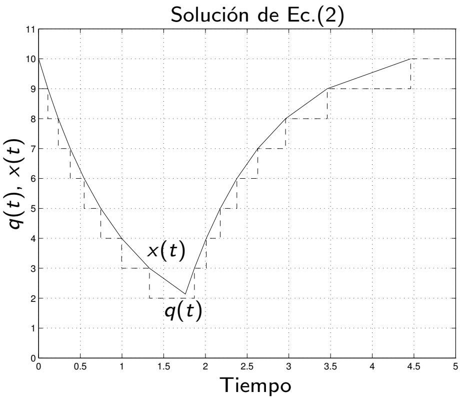


Figure: Trayectorias del Sistema (2).

- Pudimos completar la simulación en 17 pasos muy simples, obteniendo la solución *exacta* del sistema cuantificado (2).

Discretización Espacial. Un Ejemplo Simple. III

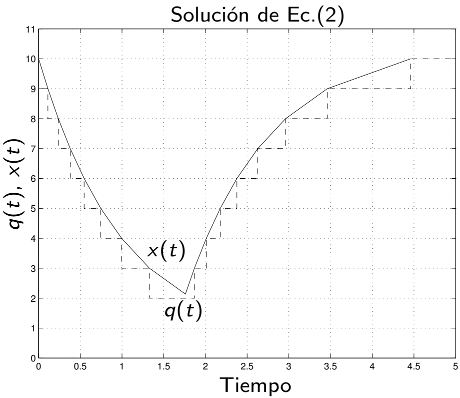


Figure: Trayectorias del Sistema (2).

- Pudimos completar la simulación en 17 pasos muy simples, obteniendo la solución *exacta* del sistema cuantificado (2).
- La solución del sistema cuantificado no es muy distinta de la del sistema original (1).

Sistemas de Eventos Discretos

Evidentemente, el sistema cuantificado (2) es un sistema discreto. Sin embargo, no corresponde a una ecuación en diferencias, es decir no es un sistema de tiempo discreto.

Sistemas de Eventos Discretos

Evidentemente, el sistema cuantificado (2) es un sistema discreto. Sin embargo, no corresponde a una ecuación en diferencias, es decir no es un sistema de tiempo discreto.

Veremos que en realidad es equivalente a un sistema de eventos discretos. Más precisamente, puede representarse mediante un modelo del formalismo DEVS.

Sistemas de Eventos Discretos

Evidentemente, el sistema cuantificado (2) es un sistema discreto. Sin embargo, no corresponde a una ecuación en diferencias, es decir no es un sistema de tiempo discreto.

Veremos que en realidad es equivalente a un sistema de eventos discretos. Más precisamente, puede representarse mediante un modelo del formalismo DEVS.

DEVS es una abreviación de Discrete EVent System specification. Fue introducido por Bernard Zeigler a mediados de la década de 1970.

Sistemas de Eventos Discretos

Evidentemente, el sistema cuantificado (2) es un sistema discreto. Sin embargo, no corresponde a una ecuación en diferencias, es decir no es un sistema de tiempo discreto.

Veremos que en realidad es equivalente a un sistema de eventos discretos. Más precisamente, puede representarse mediante un modelo del formalismo DEVS.

DEVS es una abreviación de Discrete EVent System specification. Fue introducido por Bernard Zeigler a mediados de la década de 1970.

DEVS permite representar todos los sistemas cuyo comportamiento entrada–salida puede describirse mediante secuencias de eventos.

Definición de DEVS

Modelos DEVS atómicos

Un modelo DEVS procesa una secuencia de eventos de entrada y de acuerdo a la misma y a su propio estado inicial, provoca una secuencia de eventos de salida.

Definición de DEVS

Modelos DEVS atómicos

Un modelo DEVS procesa una secuencia de eventos de entrada y de acuerdo a la misma y a su propio estado inicial, provoca una secuencia de eventos de salida.

Un modelo atómico DEVS se define por la estructura:

$$M = (X, Y, S, \delta_{\mathrm{int}}, \delta_{\mathrm{ext}}, \lambda, ta)$$

Definición de DEVS

Modelos DEVS atómicos

Un modelo DEVS procesa una secuencia de eventos de entrada y de acuerdo a la misma y a su propio estado inicial, provoca una secuencia de eventos de salida.

Un modelo atómico DEVS se define por la estructura:

$$M = (X, Y, S, \delta_{\text{int}}, \delta_{\text{ext}}, \lambda, ta)$$

- X es el conjunto de valores de entrada.

Definición de DEVS

Modelos DEVS atómicos

Un modelo DEVS procesa una secuencia de eventos de entrada y de acuerdo a la misma y a su propio estado inicial, provoca una secuencia de eventos de salida.

Un modelo atómico DEVS se define por la estructura:

$$M = (X, Y, S, \delta_{\rm int}, \delta_{\rm ext}, \lambda, ta)$$

- X es el conjunto de valores de entrada.
- Y es el conjunto de valores de salida.

Definición de DEVS

Modelos DEVS atómicos

Un modelo DEVS procesa una secuencia de eventos de entrada y de acuerdo a la misma y a su propio estado inicial, provoca una secuencia de eventos de salida.

Un modelo atómico DEVS se define por la estructura:

$$M = (X, Y, S, \delta_{\mathrm{int}}, \delta_{\mathrm{ext}}, \lambda, ta)$$

- X es el conjunto de valores de entrada.
- Y es el conjunto de valores de salida.
- S es el conjunto de valores de estado.

Definición de DEVS

Modelos DEVS atómicos

Un modelo DEVS procesa una secuencia de eventos de entrada y de acuerdo a la misma y a su propio estado inicial, provoca una secuencia de eventos de salida.

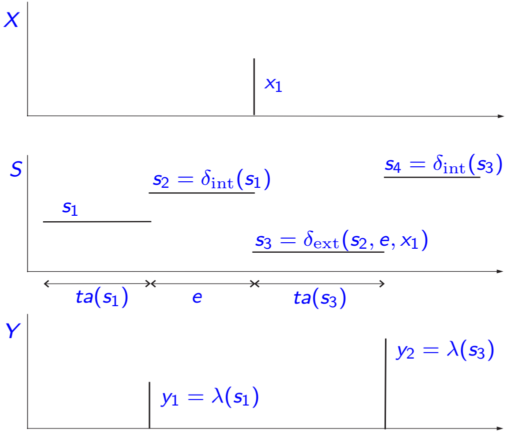
Un modelo atómico DEVS se define por la estructura:

$$M = (X, Y, S, \delta_{\mathrm{int}}, \delta_{\mathrm{ext}}, \lambda, ta)$$

- X es el conjunto de valores de entrada.
- Y es el conjunto de valores de salida.
- S es el conjunto de valores de estado.
- $\delta_{\mathrm{int}}()$, $\delta_{\mathrm{ext}}()$, $\lambda()$ y $ta()$ son las funciones que definen la dinámica.

Definición de DEVS

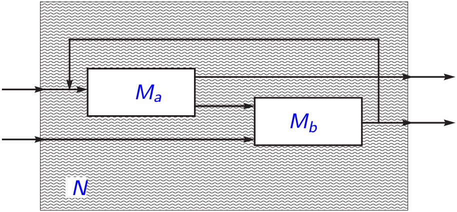
Comportamiento de un modelo DEVS atómico



- $\delta_{\mathrm{int}}(s)$ es la función de transición interna.
- $\delta_{\mathrm{ext}}(s, e, x)$ es la función de transición externa.
- $\lambda(s)$ es la función de salida.
- $ta(s)$ es la función de avance de tiempo.

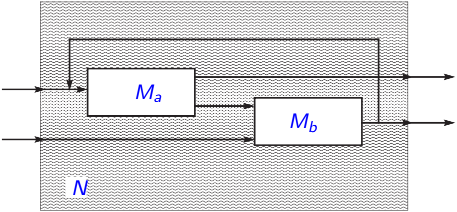
Modelos DEVS Acoplados

Los modelos DEVS atómicos pueden acoplarse para formar modelos más complejos.
La manera más simple de definir el acoplamiento entre modelos DEVS es mediante el uso de puertos de entrada y de salida.



Modelos DEVS Acoplados

Los modelos DEVS atómicos pueden acoplarse para formar modelos más complejos. La manera más simple de definir el acoplamiento entre modelos DEVS es mediante el uso de puertos de entrada y de salida.



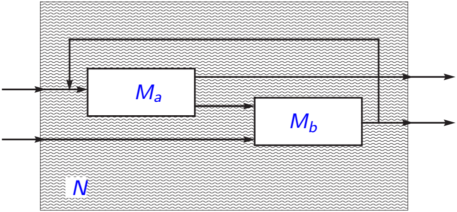
Vemos los siguientes acoplamientos:

- del puerto de entrada in_0 de N al puerto in_0 de M_a,
- del puerto de salida out_1 de M_a al puerto in_0 de M_b,
- del puerto de salida out_0 de M_a al puerto out_0 de N,

etc.

Modelos DEVS Acoplados

Los modelos DEVS atómicos pueden acoplarse para formar modelos más complejos. La manera más simple de definir el acoplamiento entre modelos DEVS es mediante el uso de puertos de entrada y de salida.



Vemos los siguientes acoplamientos:

- del puerto de entrada in_0 de N al puerto in_0 de M_a,
- del puerto de salida out_1 de M_a al puerto in_0 de M_b,
- del puerto de salida out_0 de M_a al puerto out_0 de N,

etc.

El modelo acoplado N resultante puede utilizarse como si fuera un nuevo modelo atómico.

Ejemplo: Modelo DEVS de una Función Estática.

Consideremos un sistema cuya salida calcula una función $y(t) = f(u_0(t), u_1(t))$.

Supondremos que $u_0(t)$ y $u_1(t)$ son dos señales seccionalmente constantes caracterizadas por dos secuencias de eventos. Es decir, cada evento está asociado a un cambio de la señal y lleva el nuevo valor de la misma.

Ejemplo: Modelo DEVS de una Función Estática.

Consideremos un sistema cuya salida calcula una función $y(t) = f(u_0(t), u_1(t))$.

Supondremos que $u_0(t)$ y $u_1(t)$ son dos señales seccionalmente constantes caracterizadas por dos secuencias de eventos. Es decir, cada evento está asociado a un cambio de la señal y lleva el nuevo valor de la misma.

Un posible modelo DEVS de este sistema es el siguiente:

$M_F = (X, Y, S, \delta_{\text{int}}, \delta_{\text{ext}}, \lambda, ta)$, donde

$X = Y = \Re \times \mathbb{N}_0$

$S = \Re^2 \times \Re_0^+$

$\delta_{\text{int}}(s) = \delta_{\text{int}}(u_0, u_1, \sigma) = (u_0, u_1, \infty)$

$\delta_{\text{ext}}(s, e, x) = \delta_{\text{ext}}(u_0, u_1, \sigma, e, x_v, p) = \tilde{s}$

$\lambda(s) = \lambda(u_0, u_1, \sigma) = (f(u_0, u_1), 0)$

$ta(s) = ta(u_0, u_1, \sigma) = \sigma$

con: $\tilde{s} = \begin{cases} (x_v, u_1, 0) & \text{si } p = 0 \\ (u_0, x_v, 0) & \text{en otro caso} \end{cases}$

Ejemplo: Modelo DEVS de una Función Estática.

Consideremos un sistema cuya salida calcula una función $y(t) = f(u_0(t), u_1(t))$.

Supondremos que $u_0(t)$ y $u_1(t)$ son dos señales seccionalmente constantes caracterizadas por dos secuencias de eventos. Es decir, cada evento está asociado a un cambio de la señal y lleva el nuevo valor de la misma.

Un posible modelo DEVS de este sistema es el siguiente:

$M_F = (X, Y, S, \delta_{\text{int}}, \delta_{\text{ext}}, \lambda, ta)$, donde

$X = Y = \Re \times \mathbb{N}_0$

$S = \Re^2 \times \Re_0^+$

$\delta_{\text{int}}(s) = \delta_{\text{int}}(u_0, u_1, \sigma) = (u_0, u_1, \infty)$

$\delta_{\text{ext}}(s, e, x) = \delta_{\text{ext}}(u_0, u_1, \sigma, e, x_v, p) = \tilde{s}$

$\lambda(s) = \lambda(u_0, u_1, \sigma) = (f(u_0, u_1), 0)$

$ta(s) = ta(u_0, u_1, \sigma) = \sigma$

con: $\tilde{s} = \begin{cases} (x_v, u_1, 0) & \text{si } p = 0 \\ (u_0, x_v, 0) & \text{en otro caso} \end{cases}$

Algunas consideraciones sobre el modelo:

- Los eventos de entrada y de salida llevan, además del valor de la señal, un número entero que indica el puerto correspondiente.

Ejemplo: Modelo DEVS de una Función Estática.

Consideremos un sistema cuya salida calcula una función $y(t) = f(u_0(t), u_1(t))$.

Supondremos que $u_0(t)$ y $u_1(t)$ son dos señales seccionalmente constantes caracterizadas por dos secuencias de eventos. Es decir, cada evento está asociado a un cambio de la señal y lleva el nuevo valor de la misma.

Un posible modelo DEVS de este sistema es el siguiente:

$M_F = (X, Y, S, \delta_{\text{int}}, \delta_{\text{ext}}, \lambda, ta)$, donde

$X = Y = \Re \times \mathbb{N}_0$

$S = \Re^2 \times \Re_0^+$

$\delta_{\text{int}}(s) = \delta_{\text{int}}(u_0, u_1, \sigma) = (u_0, u_1, \infty)$

$\delta_{\text{ext}}(s, e, x) = \delta_{\text{ext}}(u_0, u_1, \sigma, e, x_v, p) = \tilde{s}$

$\lambda(s) = \lambda(u_0, u_1, \sigma) = (f(u_0, u_1), 0)$

$ta(s) = ta(u_0, u_1, \sigma) = \sigma$

con: $\tilde{s} = \begin{cases} (x_v, u_1, 0) & \text{si } p = 0 \\ (u_0, x_v, 0) & \text{en otro caso} \end{cases}$

Algunas consideraciones sobre el modelo:

- Los eventos de entrada y de salida llevan, además del valor de la señal, un número entero que indica el puerto correspondiente.
- El estado tiene tres componentes u_0, u_1 y σ. Las primeras contienen el último valor recibido de $u_0(t)$ y $u_1(t)$, mientras que σ indica el tiempo para el próximo evento de salida.

Ejemplo: Modelo DEVS de una Función Estática.

Consideremos un sistema cuya salida calcula una función $y(t) = f(u_0(t), u_1(t))$.

Supondremos que $u_0(t)$ y $u_1(t)$ son dos señales seccionalmente constantes caracterizadas por dos secuencias de eventos. Es decir, cada evento está asociado a un cambio de la señal y lleva el nuevo valor de la misma.

Un posible modelo DEVS de este sistema es el siguiente:

$M_F = (X, Y, S, \delta_{\rm int}, \delta_{\rm ext}, \lambda, ta)$, donde

$X = Y = \Re \times \mathbb{N}_0$

$S = \Re^2 \times \Re_0^+$

$\delta_{\rm int}(s) = \delta_{\rm int}(u_0, u_1, \sigma) = (u_0, u_1, \infty)$

$\delta_{\rm ext}(s, e, x) = \delta_{\rm ext}(u_0, u_1, \sigma, e, x_v, p) = \tilde{s}$

$\lambda(s) = \lambda(u_0, u_1, \sigma) = (f(u_0, u_1), 0)$

$ta(s) = ta(u_0, u_1, \sigma) = \sigma$

con: $\tilde{s} = \begin{cases} (x_v, u_1, 0) & \text{si } p = 0 \\ (u_0, x_v, 0) & \text{en otro caso} \end{cases}$

Algunas consideraciones sobre el modelo:

- Los eventos de entrada y de salida llevan, además del valor de la señal, un número entero que indica el puerto correspondiente.
- El estado tiene tres componentes u_0, u_1 y σ. Las primeras contienen el último valor recibido de $u_0(t)$ y $u_1(t)$, mientras que σ indica el tiempo para el próximo evento de salida.
- Cuando llega un evento de entrada se coloca $\sigma = 0$. De esta forma se produce un evento de salida en forma inmediata.

Simulación de Sistemas DEVS

Los modelos DEVS pueden simularse de manera muy simple y eficiente. El siguiente algoritmo básico puede utilizarse para tal fin:

Simulación de Sistemas DEVS

Los modelos DEVS pueden simularse de manera muy simple y eficiente. El siguiente algoritmo básico puede utilizarse para tal fin:

1. Identificamos el modelo atómico que de acuerdo a la función de avance de tiempo y al tiempo transcurrido debe ser el siguiente en realizar la transición interna. Llamamos d^* a dicho sistema y denominamos t_n al tiempo de dicha transición.

Simulación de Sistemas DEVS

Los modelos DEVS pueden simularse de manera muy simple y eficiente. El siguiente algoritmo básico puede utilizarse para tal fin:

1. Identificamos el modelo atómico que de acuerdo a la función de avance de tiempo y al tiempo transcurrido debe ser el siguiente en realizar la transición interna. Llamamos d^* a dicho sistema y denominamos t_n al tiempo de dicha transición.

2. Avanzamos el tiempo de la simulación t hasta $t = t_n$, y ejecutamos la función de transición interna del modelo d^*.

Simulación de Sistemas DEVS

Los modelos DEVS pueden simularse de manera muy simple y eficiente. El siguiente algoritmo básico puede utilizarse para tal fin:

1. Identificamos el modelo atómico que de acuerdo a la función de avance de tiempo y al tiempo transcurrido debe ser el siguiente en realizar la transición interna. Llamamos d^* a dicho sistema y denominamos t_n al tiempo de dicha transición.
2. Avanzamos el tiempo de la simulación t hasta $t = t_n$, y ejecutamos la función de transición interna del modelo d^*.
3. Propagamos el evento de salida producido por d^* a todos los modelos atómicos conectados al puerto de salida de dicho evento, y ejecutamos las funciones de transición externas correspondientes. Luego, volvemos al paso 1.

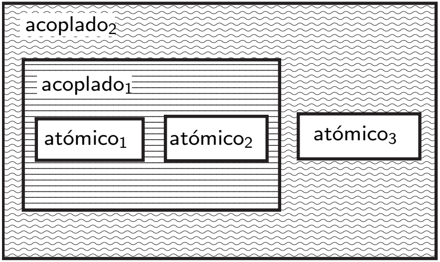
Simulación de Sistemas DEVS II

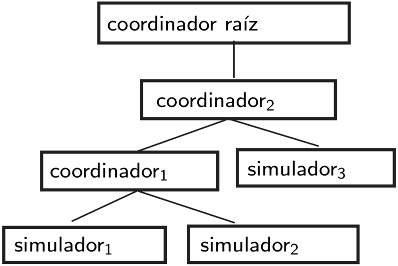
Una de las maneras más simples de implementar este algoritmo es usando un programa con una estructura jerárquica del modelo.

Simulación de Sistemas DEVS II

Una de las maneras más simples de implementar este algoritmo es usando un programa con una estructura jerárquica del modelo.

Cada modelo atómico tiene asociado un simulador DEVS, mientras que cada modelo acoplado tiene asociado un coordinador DEVS.

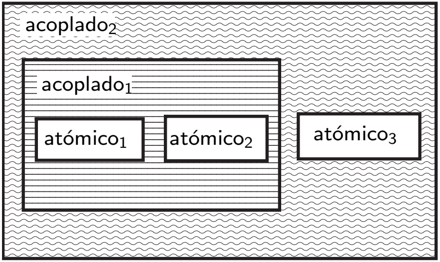


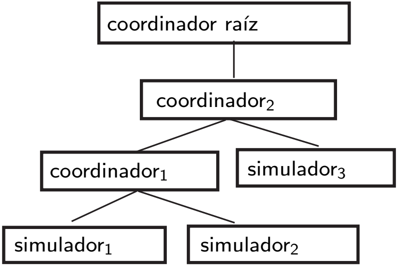


Simulación de Sistemas DEVS II

Una de las maneras más simples de implementar este algoritmo es usando un programa con una estructura jerárquica del modelo.

Cada modelo atómico tiene asociado un simulador DEVS, mientras que cada modelo acoplado tiene asociado un coordinador DEVS.





Hay varios paquetes de software que permiten simular directamente sistemas DEVS. En nuestro caso, utilizaremos PowerDEVS, una herramienta desarrollada en la *Universidad Nacional de Rosario* (Argentina).

DEVS y Simulación de Sistemas Continuos

En el ejemplo del modelo DEVS de la función estática, representamos las trayectorias seccionalmente constantes como secuencias de eventos. Esta es la idea básica para aproximar sistemas continuos con DEVS.

DEVS y Simulación de Sistemas Continuos

En el ejemplo del modelo DEVS de la función estática, representamos las trayectorias seccionalmente constantes como secuencias de eventos. Esta es la idea básica para aproximar sistemas continuos con DEVS.

Podemos dividir el Sistema (2) como sigue:

Un sistema dinámico:

$$\dot{x}(t) = d_x(t) \qquad (3a)$$
$$q(t) = \text{floor}[x(t)] \qquad (3b)$$

y uno estático:

$$d_x(t) = -q(t) + u(t) \qquad (4)$$

donde $u(t) = 10 \cdot \varepsilon(t - 1.76)$.

DEVS y Simulación de Sistemas Continuos

En el ejemplo del modelo DEVS de la función estática, representamos las trayectorias seccionalmente constantes como secuencias de eventos. Esta es la idea básica para aproximar sistemas continuos con DEVS.

Podemos dividir el Sistema (2) como sigue:

Un sistema dinámico:

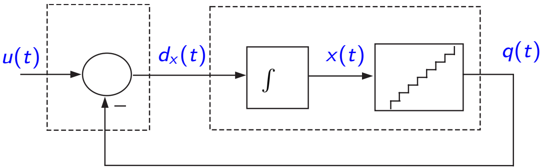
$$\dot{x}(t) = d_x(t) \tag{3a}$$
$$q(t) = \text{floor}[x(t)] \tag{3b}$$

y uno estático:

$$d_x(t) = -q(t) + u(t) \tag{4}$$

donde $u(t) = 10 \cdot \varepsilon(t - 1.76)$.

Este sistema puede representarse con un diagrama de bloques:



DEVS y Simulación de Sistemas Continuos

En el ejemplo del modelo DEVS de la función estática, representamos las trayectorias seccionalmente constantes como secuencias de eventos. Esta es la idea básica para aproximar sistemas continuos con DEVS.

Podemos dividir el Sistema (2) como sigue:

Un sistema dinámico:

$$\dot{x}(t) = d_x(t) \tag{3a}$$

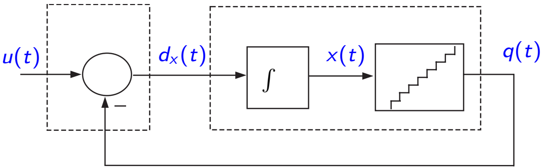
$$q(t) = \text{floor}[x(t)] \tag{3b}$$

y uno estático:

$$d_x(t) = -q(t) + u(t) \tag{4}$$

donde $u(t) = 10 \cdot \varepsilon(t - 1.76)$.

Este sistema puede representarse con un diagrama de bloques:



Cada subsistema tiene entradas y salidas seccionalmente constantes.

DEVS y Simulación de Sistemas Continuos

En el ejemplo del modelo DEVS de la función estática, representamos las trayectorias seccionalmente constantes como secuencias de eventos. Esta es la idea básica para aproximar sistemas continuos con DEVS.

Podemos dividir el Sistema (2) como sigue:

Un sistema dinámico:

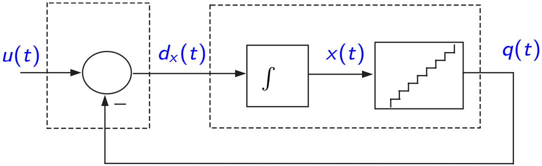
$$\dot{x}(t) = d_x(t) \qquad (3a)$$
$$q(t) = \text{floor}[x(t)] \qquad (3b)$$

y uno estático:

$$d_x(t) = -q(t) + u(t) \qquad (4)$$

donde $u(t) = 10 \cdot \varepsilon(t - 1.76)$.

Este sistema puede representarse con un diagrama de bloques:



Cada subsistema tiene entradas y salidas seccionalmente constantes.

$\Rightarrow$ **Es posible representarlos mediante modelos DEVS.**

Modelos DEVS de Sistemas Cuantificados

El subsistema estático (4) puede representarse utilizando el modelo DEVS M_F visto anteriormente.

Modelos DEVS de Sistemas Cuantificados

El subsistema estático (4) puede representarse utilizando el modelo DEVS M_F visto anteriormente.

El subsistema dinámico (3) puede representarse por el siguiente DEVS:

$$
\begin{aligned}
&M_{IC} = (X, Y, S, \delta_{\text{int}}, \delta_{\text{ext}}, \lambda, ta), \text{ donde}\\
&X = Y = \Re \times \mathbb{N}\\
&S = \Re^2 \times \mathbb{Z} \times \Re_0^+\\
&\delta_{\text{int}}(s) = \delta_{\text{int}}(x, d_x, q, \sigma) = (x + \sigma \cdot d_x, d_x, q + \text{sign}(d_x), \frac{1}{|d_x|})\\
&\delta_{\text{ext}}(s, e, x) = \delta_{\text{ext}}(x, d_x, q, \sigma, e, x_v, p) = (x + e \cdot d_x, x_v, q, \tilde{\sigma})\\
&\lambda(s) = \lambda(x, d_x, q, \sigma) = (q + \text{sign}(d_x), 0)\\
&ta(s) = ta(x, d_x, q, \sigma) = \sigma
\end{aligned}
$$

con:

$$
\tilde{\sigma} = \begin{cases} \dfrac{q + 1 - x}{x_v} & \text{si } x_v > 0 \\ \dfrac{q - x}{x_v} & \text{si } x_v < 0 \\ \infty & \text{en otro caso} \end{cases}
$$

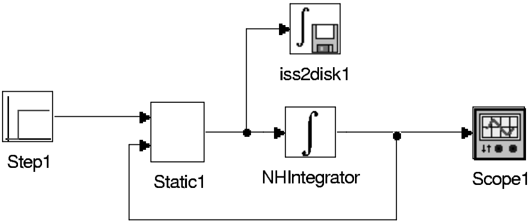
Modelo en PowerDEVS de un Sistema Cuantificado

Los modelos DEVS M_F (denominado Función Estática) y M_{IC} (llamado Integrador Cuantificado) pueden programarse de manera muy simple como bloques de PowerDEVS.

Modelo en PowerDEVS de un Sistema Cuantificado

Los modelos DEVS M_F (denominado Función Estática) y M_{IC} (llamado Integrador Cuantificado) pueden programarse de manera muy simple como bloques de PowerDEVS.

Los bloques luego pueden acoplarse utilizando el entorno gráfico:



y el sistema puede simularse de manera muy sencilla.

Sistemas Cuantificados – Generalización

Podemos generalizar esta idea:

Dado el sistema continuo (estacionario):

$$
\begin{aligned}
\dot{x}_{a_1} &= f_1(x_{a_1}, x_{a_2}, \cdots, x_{a_n}, u_1, \cdots, u_m) \\
&\vdots \\
\dot{x}_{a_n} &= f_n(x_{a_1}, x_{a_2}, \cdots, x_{a_n}, u_1, \cdots, u_m)
\end{aligned}
$$

lo aproximamos por el sistema cuantificado

$$
\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= f_1(q_1, q_2, \cdots, q_n, u_1, \cdots, u_m) \\
&\vdots \\
\dot{x}_n &= f_n(q_1, q_2, \cdots, q_n, u_1, \cdots, u_m)
\end{aligned}
$$

Sistemas Cuantificados – Generalización

Podemos generalizar esta idea:

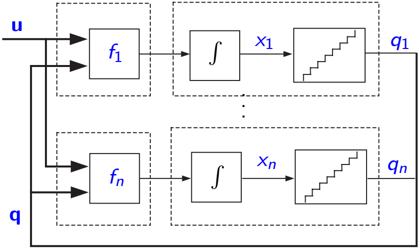
Dado el sistema continuo (estacionario):

$$\begin{aligned}\dot{x}_{a_1} &= f_1(x_{a_1}, x_{a_2}, \cdots, x_{a_n}, u_1, \cdots, u_m)\\ &\vdots\\ \dot{x}_{a_n} &= f_n(x_{a_1}, x_{a_2}, \cdots, x_{a_n}, u_1, \cdots, u_m)\end{aligned}$$

lo aproximamos por el sistema cuantificado

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= f_1(q_1, q_2, \cdots, q_n, u_1, \cdots, u_m)\\ &\vdots\\ \dot{x}_n &= f_n(q_1, q_2, \cdots, q_n, u_1, \cdots, u_m)\end{aligned}$$

La representación en diagrama de bloques es la siguiente:



Sistemas Cuantificados – Generalización

Podemos generalizar esta idea:

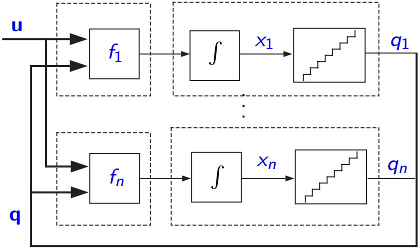
Dado el sistema continuo (estacionario):

$$\begin{aligned}
\dot{x}_{a_1} &= f_1(x_{a_1}, x_{a_2}, \cdots, x_{a_n}, u_1, \cdots, u_m) \\
&\vdots \\
\dot{x}_{a_n} &= f_n(x_{a_1}, x_{a_2}, \cdots, x_{a_n}, u_1, \cdots, u_m)
\end{aligned}$$

lo aproximamos por el sistema cuantificado

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= f_1(q_1, q_2, \cdots, q_n, u_1, \cdots, u_m) \\
&\vdots \\
\dot{x}_n &= f_n(q_1, q_2, \cdots, q_n, u_1, \cdots, u_m)
\end{aligned}$$

La representación en diagrama de bloques es la siguiente:



Podemos simular un sistema genérico usando modelos DEVS de las funciones estáticas e integradores cuantificados.

Sistemas Cuantificados – Ilegitimidad

Lamentablemente, la idea no funciona. El agregado de cuantificación provoca, en muchos casos, la aparición de oscilaciones infinitamente rápidas.

Sistemas Cuantificados – Ilegitimidad

Lamentablemente, la idea no funciona. El agregado de cuantificación provoca, en muchos casos, la aparición de oscilaciones infinitamente rápidas.

Consideremos por ejemplo el sistema cuantificado

$$\dot{x}(t) = -q(t) + 9.5; \text{ donde } q(t) = floor[x(t)]$$

con condición inicial $x(0) = 10$:

Sistemas Cuantificados – Ilegitimidad

Lamentablemente, la idea no funciona. El agregado de cuantificación provoca, en muchos casos, la aparición de oscilaciones infinitamente rápidas.

Consideremos por ejemplo el sistema cuantificado

$$\dot{x}(t) = -q(t) + 9.5; \text{ donde } q(t) = floor[x(t)]$$

con condición inicial $x(0) = 10$:

- En $t = 0$ tenemos $q = 10$, y luego $\dot{x}(0) = -10 + 9.5 = -0.5$.

Sistemas Cuantificados – Ilegitimidad

Lamentablemente, la idea no funciona. El agregado de cuantificación provoca, en muchos casos, la aparición de oscilaciones infinitamente rápidas.

Consideremos por ejemplo el sistema cuantificado

$$\dot{x}(t) = -q(t) + 9.5; \text{ donde } q(t) = \mathit{floor}[x(t)]$$

con condición inicial $x(0) = 10$:

- En $t = 0$ tenemos $q = 10$, y luego $\dot{x}(0) = -10 + 9.5 = -0.5$.
- Luego, en $t = 0^+$ tendremos $x(t) = 9.999\ldots$ y por lo tanto $q(t) = 9$.

Sistemas Cuantificados – Ilegitimidad

Lamentablemente, la idea no funciona. El agregado de cuantificación provoca, en muchos casos, la aparición de oscilaciones infinitamente rápidas.

Consideremos por ejemplo el sistema cuantificado

$$\dot{x}(t) = -q(t) + 9.5; \;\; \text{donde } q(t) = \mathit{floor}[x(t)]$$

con condición inicial $x(0) = 10$:

- En $t = 0$ tenemos $q = 10$, y luego $\dot{x}(0) = -10 + 9.5 = -0.5$.
- Luego, en $t = 0^+$ tendremos $x(t) = 9.999\ldots$ y por lo tanto $q(t) = 9$.
- Esto quiere decir que $\dot{x}(0) = -9 + 9.5 = +0.5$.

Sistemas Cuantificados – Ilegitimidad

Lamentablemente, la idea no funciona. El agregado de cuantificación provoca, en muchos casos, la aparición de oscilaciones infinitamente rápidas.

Consideremos por ejemplo el sistema cuantificado

$$\dot{x}(t) = -q(t) + 9.5; \text{ donde } q(t) = \mathit{floor}[x(t)]$$

con condición inicial $x(0) = 10$:

- En $t = 0$ tenemos $q = 10$, y luego $\dot{x}(0) = -10 + 9.5 = -0.5$.
- Luego, en $t = 0^+$ tendremos $x(t) = 9.999\ldots$ y por lo tanto $q(t) = 9$.
- Esto quiere decir que $\dot{x}(0) = -9 + 9.5 = +0.5$.
- Por lo tanto, inmediatamente será cierto que $x(t) = 10$ y volvemos a la situación inicial.

Sistemas Cuantificados – Ilegitimidad

Lamentablemente, la idea no funciona. El agregado de cuantificación provoca, en muchos casos, la aparición de oscilaciones infinitamente rápidas.

Consideremos por ejemplo el sistema cuantificado

$$\dot{x}(t) = -q(t) + 9.5; \ \text{ donde } q(t) = \mathit{floor}[x(t)]$$

con condición inicial $x(0) = 10$:

- En $t = 0$ tenemos $q = 10$, y luego $\dot{x}(0) = -10 + 9.5 = -0.5$.
- Luego, en $t = 0^+$ tendremos $x(t) = 9.999\ldots$ y por lo tanto $q(t) = 9$.
- Esto quiere decir que $\dot{x}(0) = -9 + 9.5 = +0.5$.
- Por lo tanto, inmediatamente será cierto que $x(t) = 10$ y volvemos a la situación inicial.

Es decir, $q(t)$ oscila entre 10 y 9 con una frecuencia infinita. En consecuencia, el modelo DEVS entrará en bucle sin fin y la simulación no podrá avanzar.

Sistemas Cuantificados – Ilegitimidad

Lamentablemente, la idea no funciona. El agregado de cuantificación provoca, en muchos casos, la aparición de oscilaciones infinitamente rápidas.

Consideremos por ejemplo el sistema cuantificado

$$\dot{x}(t) = -q(t) + 9.5; \text{ donde } q(t) = \mathit{floor}[x(t)]$$

con condición inicial $x(0) = 10$:

- En $t = 0$ tenemos $q = 10$, y luego $\dot{x}(0) = -10 + 9.5 = -0.5$.
- Luego, en $t = 0^+$ tendremos $x(t) = 9.999\ldots$ y por lo tanto $q(t) = 9$.
- Esto quiere decir que $\dot{x}(0) = -9 + 9.5 = +0.5$.
- Por lo tanto, inmediatamente será cierto que $x(t) = 10$ y volvemos a la situación inicial.

Es decir, $q(t)$ oscila entre 10 y 9 con una frecuencia infinita. En consecuencia, el modelo DEVS entrará en bucle sin fin y la simulación no podrá avanzar.

Afortunadamente, este problema se soluciona con el agregado de histéresis.

Funciones de Cuantificación con Histéresis

El método de los sistemas de estados cuantificados o método de QSS (por *Quantized State Systems*), soluciona el problema de las oscilaciones infinitamente rápidas al utilizar cuantificación con histéresis.

Funciones de Cuantificación con Histéresis

El método de los sistemas de estados cuantificados o método de QSS (por *Quantized State Systems*), soluciona el problema de las oscilaciones infinitamente rápidas al utilizar cuantificación con histéresis.

Definición (Función de Cuantificación con Histéresis)

Dada una secuencia ordenada y creciente de numeros reales $(\ldots, Q_{-1}, Q_0, Q_1, \ldots)$*, diremos que* $q(t)$ *se relaciona con* $x(t)$ *mediante una función de cuantificación con histéresis si:*

$$q(t) = \begin{cases} Q_m & \text{si } t = t_0 & \wedge & Q_m \leq x(t_0) < Q_{m+1} \\ Q_{k+1} & \text{si } x(t) = Q_{k+1} & \wedge & q(t^-) = Q_k \\ Q_{k-1} & \text{si } x(t) = Q_k - \varepsilon_k & \wedge & q(t^-) = Q_k \\ q(t^-) & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Funciones de Cuantificación con Histéresis

El método de los sistemas de estados cuantificados o método de QSS (por *Quantized State Systems*), soluciona el problema de las oscilaciones infinitamente rápidas al utilizar cuantificación con histéresis.

Definición (Función de Cuantificación con Histéresis)

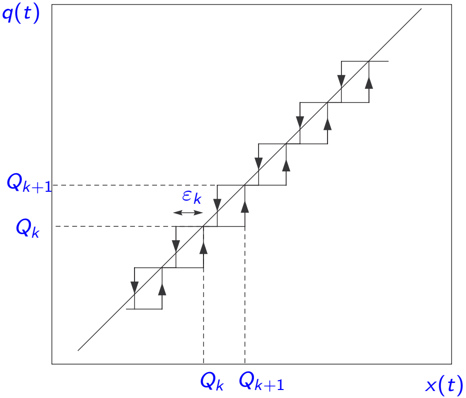
Dada una secuencia ordenada y creciente de numeros reales $(\ldots, Q_{-1}, Q_0, Q_1, \ldots)$, *diremos que* $q(t)$ *se relaciona con* $x(t)$ *mediante una función de cuantificación con histéresis si:*

$$q(t) = \begin{cases} Q_m & \text{si } t = t_0 & \wedge & Q_m \leq x(t_0) < Q_{m+1} \\ Q_{k+1} & \text{si } x(t) = Q_{k+1} & \wedge & q(t^-) = Q_k \\ Q_{k-1} & \text{si } x(t) = Q_k - \varepsilon_k & \wedge & q(t^-) = Q_k \\ q(t^-) & \text{en otro caso} & & \end{cases}$$

Los valores discretos Q_k se denominan *niveles de cuantificación*, y la distancia $Q_{k+1} - Q_k$ se llama quantum (generalmente es constante). ε_k es el ancho de histéresis.

Funciones de Cuantificación con Histéresis II

La siguiente figura muestra una función de cuantificación con histéresis, con quantum uniforme.



Método de QSS – Definición

Dado el sistema continuo (estacionario):

$$\begin{aligned} \dot{x}_{a_1} &= f_1(x_{a_1}, x_{a_2}, \cdots, x_{a_n}, u_1, \cdots, u_m) \\ &\vdots \\ \dot{x}_{a_n} &= f_n(x_{a_1}, x_{a_2}, \cdots, x_{a_n}, u_1, \cdots, u_m) \end{aligned}$$

lo aproximamos por el sistema de estados cuantificado (QSS)

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= f_1(q_1, q_2, \cdots, q_n, u_1, \cdots, u_m) \\ &\vdots \\ \dot{x}_n &= f_n(q_1, q_2, \cdots, q_n, u_1, \cdots, u_m) \end{aligned}$$

donde cada q_i se relaciona con x_i por una función de cuantificación con histéresis.

Método de QSS – Definición

Dado el sistema continuo (estacionario):

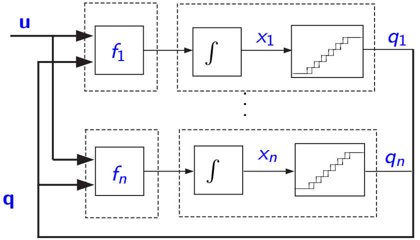
$$
\begin{aligned}
\dot{x}_{a_1} &= f_1(x_{a_1}, x_{a_2}, \cdots, x_{a_n}, u_1, \cdots, u_m) \\
&\vdots \\
\dot{x}_{a_n} &= f_n(x_{a_1}, x_{a_2}, \cdots, x_{a_n}, u_1, \cdots, u_m)
\end{aligned}
$$

lo aproximamos por el sistema de estados cuantificado (QSS)

$$
\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= f_1(q_1, q_2, \cdots, q_n, u_1, \cdots, u_m) \\
&\vdots \\
\dot{x}_n &= f_n(q_1, q_2, \cdots, q_n, u_1, \cdots, u_m)
\end{aligned}
$$

donde cada q_i se relaciona con x_i por una función de cuantificación con histéresis.

La representación en diagrama de bloques es la siguiente:



Método de QSS – Definición

Dado el sistema continuo (estacionario):

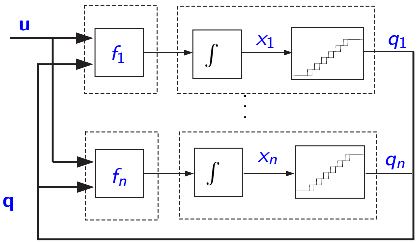
$$\begin{aligned} \dot{x}_{a_1} &= f_1(x_{a_1}, x_{a_2}, \cdots, x_{a_n}, u_1, \cdots, u_m) \\ &\vdots \\ \dot{x}_{a_n} &= f_n(x_{a_1}, x_{a_2}, \cdots, x_{a_n}, u_1, \cdots, u_m) \end{aligned}$$

lo aproximamos por el sistema de estados cuantificado (QSS)

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= f_1(q_1, q_2, \cdots, q_n, u_1, \cdots, u_m) \\ &\vdots \\ \dot{x}_n &= f_n(q_1, q_2, \cdots, q_n, u_1, \cdots, u_m) \end{aligned}$$

donde cada q_i se relaciona con x_i por una función de cuantificación con histéresis.

La representación en diagrama de bloques es la siguiente:



Al igual que antes, el QSS puede dividirse en funciones estáticas e integradores cuantificados.

Representación DEVS de un QSS

Los modelos DEVS de las funciones estáticas son igual que antes (M_F).

Representación DEVS de un QSS

Los modelos DEVS de las funciones estáticas son igual que antes (M_F).

El integrador cuantificado cambia un poco, debido a la presencia de la histéresis:

$$
\begin{aligned}
&M_{ICH} = (X, Y, S, \delta_{\rm int}, \delta_{\rm ext}, \lambda, ta), \text{ donde}\\
&X = Y = \Re \times \mathbb{N}; \quad S = \Re^2 \times \mathbb{Z} \times \Re_0^+\\
&\delta_{\rm int}(s) = \delta_{\rm int}(x, d_x, k, \sigma) = (x + \sigma \cdot d_x, d_x, k + \text{sign}(d_x), \sigma_1)\\
&\delta_{\rm ext}(s, e, x_u) = \delta_{\rm ext}(x, d_x, k, \sigma, e, x_v, p) = (x + e \cdot d_x, x_v, k, \sigma_2)\\
&\lambda(s) = \lambda(x, d_x, k, \sigma) = (Q_{k+\text{sign}(d_x)}, 0)\\
&ta(s) = ta(x, d_x, k, \sigma) = \sigma
\end{aligned}
$$

con:

Representación DEVS de un QSS

Los modelos DEVS de las funciones estáticas son igual que antes (M_F).

El integrador cuantificado cambia un poco, debido a la presencia de la histéresis:

$$
\begin{aligned}
&M_{ICH} = (X, Y, S, \delta_{\text{int}}, \delta_{\text{ext}}, \lambda, ta), \text{ donde} \\
&X = Y = \Re \times \mathbb{N}; \quad S = \Re^2 \times \mathbb{Z} \times \Re_0^+ \\
&\delta_{\text{int}}(s) = \delta_{\text{int}}(x, d_x, k, \sigma) = (x + \sigma \cdot d_x, d_x, k + \text{sign}(d_x), \sigma_1) \\
&\delta_{\text{ext}}(s, e, x_u) = \delta_{\text{ext}}(x, d_x, k, \sigma, e, x_v, p) = (x + e \cdot d_x, x_v, k, \sigma_2) \\
&\lambda(s) = \lambda(x, d_x, k, \sigma) = (Q_{k+\text{sign}(d_x)}, 0) \\
&ta(s) = ta(x, d_x, k, \sigma) = \sigma
\end{aligned}
$$

con:

$$
\sigma_1 = \begin{cases} \dfrac{Q_{k+2} - (x + \sigma \cdot d_x)}{d_x} & \text{si } d_x > 0 \\[2ex] \dfrac{(x + \sigma \cdot d_x) - (Q_{k-1} - \varepsilon)}{|d_x|} & \text{si } d_x < 0 \\[2ex] \infty & \text{si } d_x = 0 \end{cases}
\qquad
\sigma_2 = \begin{cases} \dfrac{Q_{k+1} - (x + e \cdot d_x)}{x_v} & \text{si } x_v > 0 \\[2ex] \dfrac{(x + e \cdot d_x) - (Q_k - \varepsilon)}{|x_v|} & \text{si } x_v < 0 \\[2ex] \infty & \text{si } x_v = 0 \end{cases}
$$

Simulación con QSS

Para simular con el método de QSS, debe elegirse en primer lugar la cuantificación a utilizar para cada variable de estado, es decir, en cada integrador cuantificado.

Simulación con QSS

Para simular con el método de QSS, debe elegirse en primer lugar la cuantificación a utilizar para cada variable de estado, es decir, en cada integrador cuantificado.

Luego deberían programarse los modelos DEVS de las funciones estáticas y de los integradores cuantificados.

Simulación con QSS

Para simular con el método de QSS, debe elegirse en primer lugar la cuantificación a utilizar para cada variable de estado, es decir, en cada integrador cuantificado.

Luego deberían programarse los modelos DEVS de las funciones estáticas y de los integradores cuantificados.

En realidad, PowerDEVS ya tiene librerías con los integradores cuantificados (sólo debe elegirse el quantum) y funciones estáticas (sumadores, funciones no lineales, etc.).

Simulación con QSS

Para simular con el método de QSS, debe elegirse en primer lugar la cuantificación a utilizar para cada variable de estado, es decir, en cada integrador cuantificado.

Luego deberían programarse los modelos DEVS de las funciones estáticas y de los integradores cuantificados.

En realidad, PowerDEVS ya tiene librerías con los integradores cuantificados (sólo debe elegirse el quantum) y funciones estáticas (sumadores, funciones no lineales, etc.).

En definitiva, alcanza con construir el diagrama de bloques del sistema, eligiendo los valores de quantum y las expresiones de las funciones estáticas.

Simulación con QSS

Para simular con el método de QSS, debe elegirse en primer lugar la cuantificación a utilizar para cada variable de estado, es decir, en cada integrador cuantificado.

Luego deberían programarse los modelos DEVS de las funciones estáticas y de los integradores cuantificados.

En realidad, PowerDEVS ya tiene librerías con los integradores cuantificados (sólo debe elegirse el quantum) y funciones estáticas (sumadores, funciones no lineales, etc.).

En definitiva, alcanza con construir el diagrama de bloques del sistema, eligiendo los valores de quantum y las expresiones de las funciones estáticas.

De todas formas, es importante comentar que utilizamos DEVS para implementar el método de QSS porque simplifica el trabajo. La definición del método de QSS no tiene nada que ver con DEVS, sino que es un algoritmo que podría implementarse en cualquier lenguaje de programación.

Simulación con QSS – Un Ejemplo Ilustrativo

Consideremos el siguiente sistema de segundo orden, y su aproximación QSS:

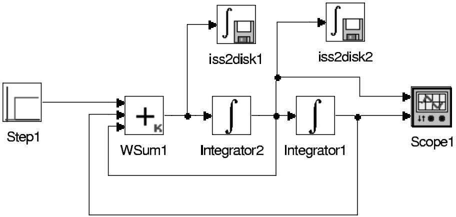
$$\begin{aligned}\dot{x}_{a_1}(t) &= x_{a_2}(t) \\ \dot{x}_{a_2}(t) &= 1 - x_{a_1}(t) - x_{a_2}(t)\end{aligned} \qquad \begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= q_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= 1 - q_1(t) - q_2(t)\end{aligned}$$

Simulación con QSS – Un Ejemplo Ilustrativo

Consideremos el siguiente sistema de segundo orden, y su aproximación QSS:

$$\begin{aligned} \dot{x}_{a_1}(t) &= x_{a_2}(t) \\ \dot{x}_{a_2}(t) &= 1 - x_{a_1}(t) - x_{a_2}(t) \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= q_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= 1 - q_1(t) - q_2(t) \end{aligned}$$

Para simular este sistema, simplemente construimos el diagrama de bloques utilizando los integradores cuantificados y funciones estáticas de PowerDEVS:

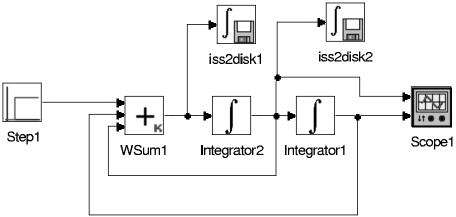


Simulación con QSS – Un Ejemplo Ilustrativo

Consideremos el siguiente sistema de segundo orden, y su aproximación QSS:

$$\begin{aligned} \dot{x}_{a_1}(t) &= x_{a_2}(t) \\ \dot{x}_{a_2}(t) &= 1 - x_{a_1}(t) - x_{a_2}(t) \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= q_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= 1 - q_1(t) - q_2(t) \end{aligned}$$

Para simular este sistema, simplemente construimos el diagrama de bloques utilizando los integradores cuantificados y funciones estáticas de PowerDEVS:



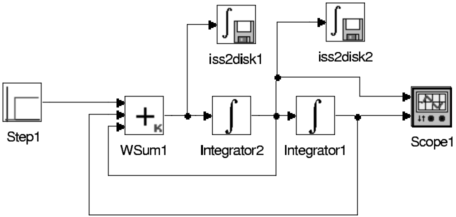
- Las condiciones iniciales son parámetros de los integradores (en este caso $x_1(0) = x_2(0) = 0$).

Simulación con QSS – Un Ejemplo Ilustrativo

Consideremos el siguiente sistema de segundo orden, y su aproximación QSS:

$$\begin{aligned} \dot{x}_{a_1}(t) &= x_{a_2}(t) \\ \dot{x}_{a_2}(t) &= 1 - x_{a_1}(t) - x_{a_2}(t) \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= q_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= 1 - q_1(t) - q_2(t) \end{aligned}$$

Para simular este sistema, simplemente construimos el diagrama de bloques utilizando los integradores cuantificados y funciones estáticas de PowerDEVS:



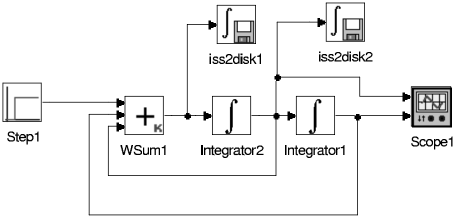
- Las condiciones iniciales son parámetros de los integradores (en este caso $x_1(0) = x_2(0) = 0$).
- El quantum y la histéresis son parámetros de cada integrador (aquí $Q_{k+1} - Q_k = \Delta Q = \epsilon_k = 0.05$)

Simulación con QSS – Un Ejemplo Ilustrativo

Consideremos el siguiente sistema de segundo orden, y su aproximación QSS:

$$\begin{aligned}\dot{x}_{a_1}(t) &= x_{a_2}(t) \\ \dot{x}_{a_2}(t) &= 1 - x_{a_1}(t) - x_{a_2}(t)\end{aligned} \qquad \begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= q_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= 1 - q_1(t) - q_2(t)\end{aligned}$$

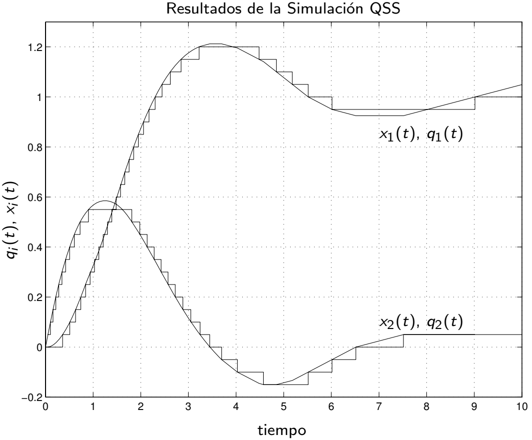
Para simular este sistema, simplemente construimos el diagrama de bloques utilizando los integradores cuantificados y funciones estáticas de PowerDEVS:



- Las condiciones iniciales son parámetros de los integradores (en este caso $x_1(0) = x_2(0) = 0$).
- El quantum y la histéresis son parámetros de cada integrador (aquí $Q_{k+1} - Q_k = \Delta Q = \epsilon_k = 0.05$)
- El método intrínsecamente explota la dispersión (los eventos sólo se propagan entre bloques directamente conectados).

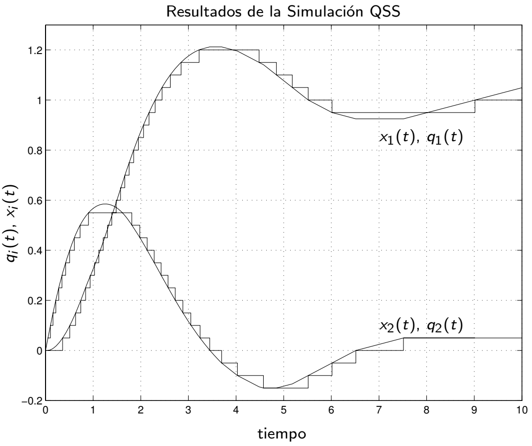
Simulación con QSS – Un Ejemplo Ilustrativo II

Los resultados de la simulación se muestran en la siguiente figura:



Simulación con QSS – Un Ejemplo Ilustrativo II

Los resultados de la simulación se muestran en la siguiente figura:

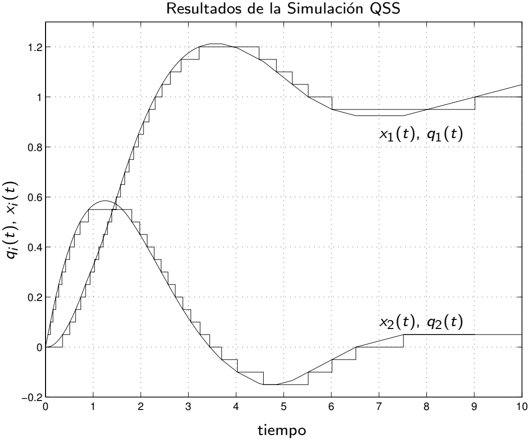


Es interesante notar:

- Las trayectorias de las variables de estado $x_i(t)$ son seccionalmente lineales.

Simulación con QSS – Un Ejemplo Ilustrativo II

Los resultados de la simulación se muestran en la siguiente figura:

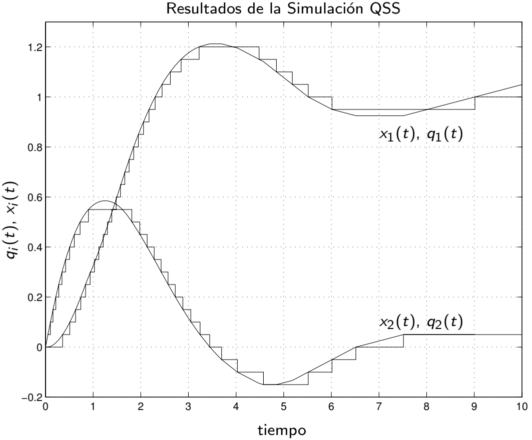


Es interesante notar:

- Las trayectorias de las variables de estado $x_i(t)$ son seccionalmente lineales.
- Las trayectorias de las variables cuantificadas $q_i(t)$ son seccionalmente constantes.

Simulación con QSS – Un Ejemplo Ilustrativo II

Los resultados de la simulación se muestran en la siguiente figura:

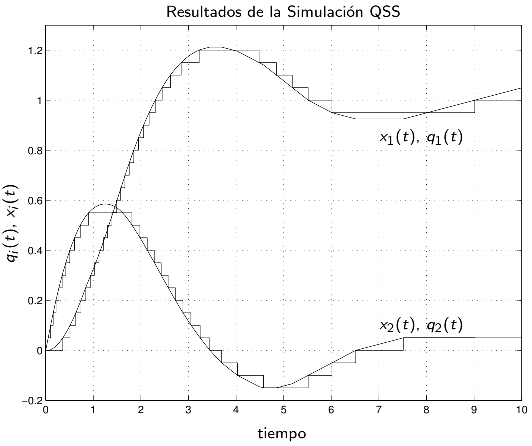


Es interesante notar:

- Las trayectorias de las variables de estado $x_i(t)$ son seccionalmente lineales.
- Las trayectorias de las variables cuantificadas $q_i(t)$ son seccionalmente constantes.
- La presencia de la histéresis es fácil de observar cuando cambian los signos de las pendientes $\dot{x}_i(t)$.

Simulación con QSS – Un Ejemplo Ilustrativo II

Los resultados de la simulación se muestran en la siguiente figura:



Es interesante notar:

- Las trayectorias de las variables de estado $x_i(t)$ son seccionalmente lineales.
- Las trayectorias de las variables cuantificadas $q_i(t)$ son seccionalmente constantes.
- La presencia de la histéresis es fácil de observar cuando cambian los signos de las pendientes $\dot{x}_i(t)$.
- La solución obtenida no está muy lejos de la analítica.

Conclusiones

En esta presentación introdujimos una nueva manera de la discretización. En lugar de discretizar el tiempo, propusimos una cuantificación de las variables del estado.

Conclusiones

En esta presentación introdujimos una nueva manera de la discretización. En lugar de discretizar el tiempo, propusimos una cuantificación de las variables del estado.

Se propuso un nuevo algoritmo de la integración numérica basado en esa idea, el algoritmo QSS, que trabaja con estados cuantificados con histéresis.

Conclusiones

En esta presentación introdujimos una nueva manera de la discretización. En lugar de discretizar el tiempo, propusimos una cuantificación de las variables del estado.

Se propuso un nuevo algoritmo de la integración numérica basado en esa idea, el algoritmo QSS, que trabaja con estados cuantificados con histéresis.

Simulaciones efectuadas usando el algoritmo QSS son intrínsecamente asíncronos. Cada variable del estado cambia su valor en sus propios instantes del tiempo.

Conclusiones

En esta presentación introdujimos una nueva manera de la discretización. En lugar de discretizar el tiempo, propusimos una cuantificación de las variables del estado.

Se propuso un nuevo algoritmo de la integración numérica basado en esa idea, el algoritmo QSS, que trabaja con estados cuantificados con histéresis.

Simulaciones efectuadas usando el algoritmo QSS son intrínsecamente asíncronos. Cada variable del estado cambia su valor en sus propios instantes del tiempo.

El algoritmo QSS explota la dispersión de los modelos. Eventos se propagan sólo entre bloques directamente conectados.